Meccanica dei fluidi (STATICA E DINAMICA)

FLUIDO < LIQUIDO ⇒ ha un proprio volume ; GAS ⇒ ha il volume del contenitore } NON HANNO UNA FORMA PROPRIA (DI SOLITO!) VISTRO...

↳ È una sostanza che si deforma se soggetta a forze tangenziali (SFORZI DI TAGLIO)

Il fluido è un sistema che può deformarsi con continuità se soggetto all'azione di forze che tendono a farne scorrere uno strato su un altro

"UN MAZZO DI CARTE È UN FLUIDO MOLTO VISCOSO E CON MOTO LAMINARE" (vedremo in seguito).

densità e pressione caratterizzano i fluidi e temperatura

IL FLUIDO SI DEFORMA se soggetto ad una forza tangenziale. Se solido si deforma solo se viene a "crollare la forza di richiamo" che lo caratterizza.

Il fluido ha, da un punto di vista dinamico 3 gradi di libertà per molecola, quindi 3·N gradi di libertà e quindi bisogna pensare ad osservabili macroscopiche, come già visto nel caso della Termodinamica classica.

- densità
- pressione

DENSITÀ

$$\rho_m = \frac{\Delta m}{\Delta V} \quad \text{densità media}$$

da cui densità assoluta

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV} \quad \text{si misura in } kg/m^3$$

si utilizza anche la densità relativa $\rho_r = \frac{\Delta m}{\Delta m_{H_2O}}$ a parità di volume ΔV

$$\rho_r = \frac{\Delta m}{\Delta V} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta m_{H_2O}} = \frac{\rho_m}{\rho_{H_2O}}$$

$\rho(T)$ per i solidi e i liquidi

$\rho(T,p)$ per i gas (come sappiamo bene)

La pressione è uno scalare perchè NON da luogo ad accelerazione!

Quindi se si esercita una FORZA su una superficie ma non si da origine a movimento si può parlare di pressione!!

Nel caso studiato per i gas a noi non interessava conoscere la pressione interna del gas e nemmeno sapevamo che questa fosse la stessa in tutto il gas! L'abbiamo assunto per ragioni di semplicità!

COROLLARIO:

NON SI ESERCITA UNA "PRESSIONE" SUL CORPO, MA UNA "FORZA" !!

VEDREMO CHE LA FORZA ESERCITATA SU UN FLUIDO È LEGATA NON ALLA PRESSIONE MA ALLA VARIAZIONE DI PRESSIONE (GRADIENTE)

Pressione

Abbiamo precedentemente definito la pressione esterna per un gas come

$$p_e = \frac{|\vec F_e \cdot \hat n|}{A}$$

e fatto l'assunzione che p del gas sia uguale in tutto il volume. Per questo abbiamo definito la pressione solo come una grandezza media dove $\vec F_e$ è la risultante ~~di tutte le~~ delle forze esterne che agiscono sul gas.

Quindi si parla in generale di pressione quando abbiamo forze che agiscono su una superficie ma non danno origine a movimento (per questo si può rappresentare come una grandezza scalare):

Ovviamente NON si esercita una pressione su un corpo, ma una forza!!!

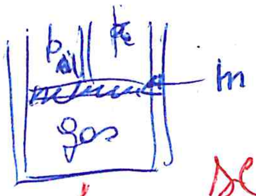
Non si può parlare di pressione senza parlare di forze.

Ci sono DUE tipi di forze che danno luogo ad una pressione:

Forze di Volume: forze che si esercitano a distanza (ad esempio la gravità, il campo E.M., le forze apparenti) che sono proporzionali alla massa del fluido (i.e. $\vec F = m\vec a$)

Forze di Superficie: forze di contatto, dovute alle parti di fluido confinanti fra loro.

Ad esempio nel caso di un pistone di massa m abbiamo $F_V + F_S$



$F_V = mg$

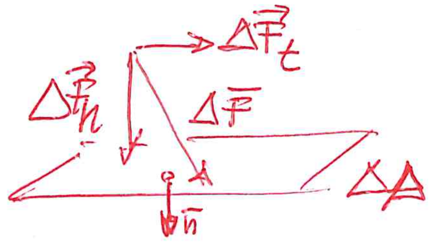
$F_S = p_{atm} \times A \Rightarrow p_e = \frac{mg}{A} + p_{atm}$

Il pistone NON si muove

3 forze $\vec F_V + \vec F_{atm} + \vec F_{gas} = \vec 0$

Istituto Nazionale di Fisica Nucleare
codice fiscale 84001850589
Sezione di Torino - Via Pietro Giuria 1 10125 Torino (Italia) - http://www.to.infn.it
tel. +39 011 655065 - fax +39 011 6699579 - email: infn@to.infn.it PEC: torino@pec.infn.it

Che cosa succede nei fluidi che non succede nei gas?



$\Delta\vec{F}$ è la risultante delle forze agenti nella superficie ΔA

La pressione l'abbiamo già vista, non è che

$\Delta F_n = \Delta\vec{F}_n \cdot \vec{n}$ $\quad p_m = \frac{\Delta F_n}{\Delta A} \Rightarrow p = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F_n}{\Delta A} = \frac{dF_n}{dA}$ $\quad p > 0$ per definizione

mentre la componente $\Delta\vec{F}_t$ ci permette di definire una diversa grandezza che vedremo più avanti

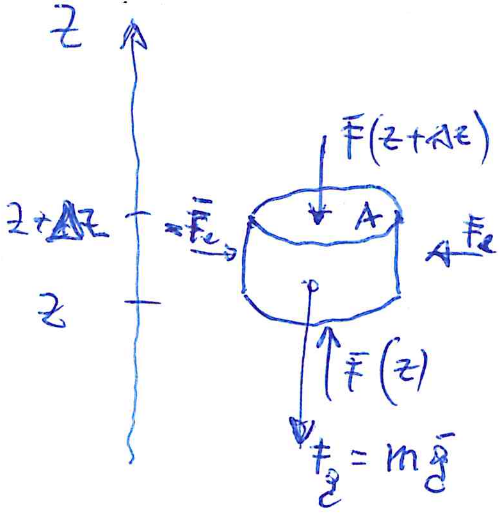
$$\bar{\tau} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta\bar{F}_t}{\Delta A} = \frac{d\bar{F}_t}{dA}$$

che ~~tau~~ è un vettore perché può implicare un moto del fluido ...

τ = SFORZO DI TAGLIO

(SHEAR STRESS)

Torniamo alle pressioni



Un cilindro di fluido immerso nello stesso fluido è fermo! Questo significa che la somma di tutte le forze che agiscono sul fluido ha risultante nulla

$$\vec{F}_{z+\Delta z} + \vec{F}_g + \vec{F}_z + \vec{F}_e - \vec{F}_e = \emptyset$$

con $\vec{F}_e$ = forza laterale che per ragioni di simmetria ha sempre una componente $-\vec{F}_e$ opposta

La massa del cilindro è $m = \rho A \cdot \Delta z$ ($= \rho V$) e ~~definita~~ la densità si ricava come valore medio $\rho = \frac{m}{V}$

Prendiamo in considerazione solo le forze che agiscono sull'asse "z", in modulo:

$$F_z(z) - F(z+\Delta z) - F_g = 0$$

$$p(z)\cdot A - p(z+\Delta z)\cdot A - mg = 0 \qquad \text{e divido per } A$$

$$p(z) - p(z+\Delta z) - \rho g \Delta z = 0$$

da cui

$$\frac{p(z+\Delta z) - p(z)}{\Delta z} = -\rho g$$

prendo il limite per $\Delta z \to 0$

$$\lim_{\Delta z \to 0} \frac{p(z+\Delta z) - p(z)}{\Delta z} = \boxed{\frac{dp}{dz} = -\rho g}$$

Eq. della statica dei fluidi

quindi la pressione varia al variare della posizione.
Consideriamo il caso in cui la densità del fluido sia costante e non dipenda dalla posizione
$\rho(z)=\rho_0$ ~~$g(z)=g$~~ $\Rightarrow$ ricaviamo la legge di Stevino.

$$\frac{dp}{dz} = -\rho_0 g \Rightarrow dp = -\rho_0 g\, dz$$

che integrata

$$\int_{p_0}^{p} dp = -\rho_0 g \int_{z_0}^{z} \Rightarrow p - p_0 = -\rho_0 g (z - z_0)$$

Si osserva subito che p è la stessa in tutti i punti del fluido che si trovano alla stessa quota!
Se indichiamo con $h = z_0 - z$ la profondità di un fluido rispetto alla superficie con z_0, allora si ricava la legge di Stevino

$$p = p_0 + \boxed{\rho_0 g h}$$ ← pressione idrostatica

Espressione generale dell'equazione della statica dei fluidi.
L'equazione della statica ricavata è riscrivibile come

$$\bar{\nabla} p = \rho \bar{g}$$

con

$$\bar{\nabla} p \equiv \left(0, 0, \frac{\partial p}{\partial z}\right) \quad e \quad \bar{g} \equiv (0, 0, -g)$$

INFN
Istituto Nazionale di Fisica Nucleare
SEZIONE DI TORINO

dove abbiamo scritto $\frac{\partial p}{\partial z}$ al posto di $\frac{dp}{dz}$ nell'ipotesi che in generale $p = p(x, y, z)$.

$\bar{\nabla} p$ rappresenta una forza per unità di volume!

Se abbiamo più forze (per unità di volume), che agiscono sul fluido, con risultante $\bar{H}$, possiamo scrivere

$$\bar{\nabla} p = \rho \bar{H}$$

e se le forze di volume sono conservative, allora esiste un potenziale scalare Φ tale che

$$\bar{H} = -\bar{\nabla} \Phi$$

da cui infine

$$\bar{\nabla} p = -\rho \bar{\nabla} \Phi$$

quindi le superfici equipotenziali di Φ coincidono con le superfici a pressione costante, dette isobariche.

Istituto Nazionale di Fisica Nucleare
codice fiscale 84001850589
Sezione di Torino - Via Pietro Giuria 1 10125 Torino (Italia) - http://www.to.infn.it
tel. +39 011 655065 - fax +39 011 6699579 - email: infn@to.infn.it PEC: torino@pec.infn.it

$$p = p_0 - \rho_0 g(z - z_0) = p_0 + \rho_0 g h$$

~~Si ricava immediatamente~~

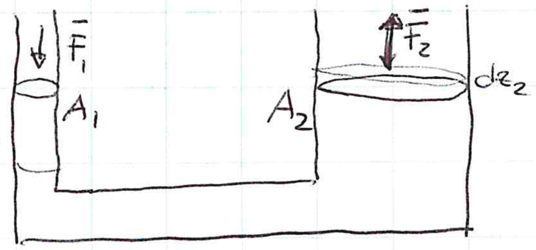
$$\cancel{p = p_0 + \rho_0 g h} \quad \text{con } \boxed{h = z_0 - z}$$

dove $h = z_0 - z$

~~Legge di Stevino.~~

$$\cancel{\rho g h \equiv \text{pressione idrostatica}}$$

Principio di Pascal: se la pressione aumenta in un punto qualsiasi di un liquido, essa si propaga su tutto il liquido. Questa legge (Stevino) ci consente di utilizzare la pressione per importanti scopi (il freno delle auto ...), grazie al "torchio idraulico".

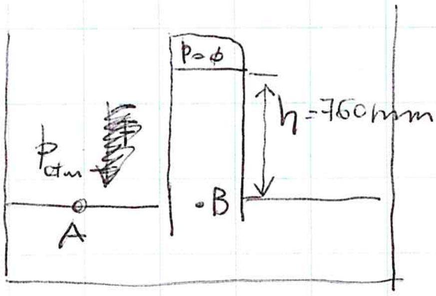


Se esercito una forza $\bar F_1$, aumento la pressione su A_1 che si propaga in A_2 dove il risultato è una forza $\bar F_2 = \frac{A_2}{A_1}\bar F_1$

in quanto $p_1 = p_2$!! Ovviamente il lavoro è lo stesso per conservazione dell'energia.

$$\bar F_1 \cdot d\bar z_1 = \bar F_2 \cdot d\bar z_2 \qquad \text{con } dz_2 = \frac{A_1}{A_2} dz_1$$

Pressione atmosferica



$p_A = p_B$ per quanto già visto (c'è solo la forza di gravità che agisce su tutti i punti del liquido)

ma $p_A = p_{atm}$ e $p_B = \rho g h$ essendo $p = 0$ nel tubo

da cui $p_{atm} = \rho g h = 13600 \times 9.8 \times 0.76 = 1.013 \times 10^5$ Pa

Dipendenza della pressione atmosferica dalla quota

Nel caso di un liquido possiamo ipotizzare $\rho = cost.$ che ci dà la legge di Stevino, ma per un gas (CHE È COMUNQUE UN FLUIDO) non possiamo farlo, per cui $\rho = \rho(z)$

Se ipotizziamo una colonna di gas ~~perfetto~~ ed assumiamo che la temperatura T sia costante, obtteniamo che $pV = cost \Rightarrow p \cdot \frac{m}{\rho} = cost$.

$p<0$!!!

Consideriamo ora una certa quantità in massa di aria ($m = cost$), otteniamo $p/\rho = cost$, ovvero $\frac{p(z)}{\rho(z)} = \frac{p_0}{\rho_0}$ con p_0 e ρ_0 pressione e densità al livello del mare

Stessa massa ⇒ sistema isostatico!

$$\frac{dp(z)}{dz} = -\rho(z) g = -\frac{\rho_0}{p_0} g\, p(z)$$

per cui

$$\frac{dp(z)}{p(z)} = -\frac{\rho_0}{p_0} g\, dz$$

ora integro tra il livello del mare ad una quota z

$$\int_{p_0}^{p(z)} \frac{dp(z)}{p(z)} = -\frac{\rho_0}{p_0} g \int_0^z dz$$

da cui $\ln \frac{p(z)}{p_0} = -\frac{\rho_0}{p_0} g z$ ed infine $p(z) = p_0 e^{-\frac{\rho_0}{p_0} g z}$

La pressione atmosferica diminuisce all'aumentare dell'altezza (in modo esponenziale).

Essendo per l'aria $\rho_0 = 1.2\, kg/m^3$ e $p_0 \cong 10^5\, Pa$ si ha

$$p(z) \cong p_0 e^{-1.17 \times 10^{-4} \cdot z}$$

$p(8848) = 0.35\, p_0 \sim 1/3$ della pressione atm!!!

$$-1.17\times10^{-4}\, z$$

• ~~[illegible]~~ $p(z) = p_A\, e^{-1.17\times10^{-4} z}$

$p(8848) \simeq 0.35$ ~~Pa~~ atm (TROPOSFERA) 20% della massa d'aria è entro 15 km

$p(15000) = 0.173$

$p(15 \text{ km}$ ~~[illegible]~~ stratosfera$) = 0.173$

$p(50 \text{ km}$ ~~[illegible]~~ mesosfera$) = 3‰ = 3\times10^{-3}$ ~~Pa~~

$p(>80 \text{ km}$ termosfera $= 10^{-4}$ ~~Pa~~

$p(320 \text{ km}$ shuttle$) = 10^{-7}$ ~~Pa~~ ← ultra high vacuum

$p(1600 \text{ km}$ geostazionario$) = \boxed{10^{-82}}$!

$\boxed{\text{Few atoms/cm}^3}$

100km

Cosa significa questo numero? NIENTE

La pressione si misura

$10^{-15} \div 10^{-17}$ Pa

Lo spazio interstellare

~~LIGO experiment~~

Tenete presente che stiamo parlando di volumi enormi!!!

LIGO Experiment $p =$ ~~[illegible]~~ $10^{-12}\, p_A = 10^{-7}$ Pa

LHC beam pipe $p = 10^{-6}$ Pa $\simeq 10^{-11}$ atm ~~[illegible]~~

$\simeq 10^{-8}$ mbar

~~10^{-3} mbar~~

Manometri

~~Cambia la capacità del condensatore~~

• **Bourdon** lama metallica che si deflette la pressione da 10 a 10^5 Pa

• $\boxed{\text{PIRANI}}$ filamento metallico $10^{-1} \div 10^{1}$ Pa

• Ionizzazione (emissione termoionica) del gas (meno gas, meno ionizzazione, meno corrente) $10^{-8} \div 10^{-1}$ Pa

UHV $10^{-7} \div 10^{-12}$ Pa

↓ minore la pressione e maggiore la temperatura del filamento che cambia la resistenza del filamento, meno corrente...

Spazio vuoto $\sim$ 1 atomo/m^3

$N_A = 6.02 \times 10^{23}$ a pressione atm
significa $\sim$ 25 litri $= 0.025\, m^3$

$$N = \frac{6.02 \times 10^{23}}{0.025} \cong 2 \times 10^{25} \text{ atomi}/m^3$$

$$pV = nRT \Rightarrow p \cdot V = NkT \qquad V = 1 m^3$$

$$p \cdot 1 \overset{!}{=} 2.25 \times k \cdot 300$$

$n = 1 \Rightarrow V = 0.025$
$T = 300\, k$

$$p_{atm} = 2 \cdot 10^{25} \cdot k \cdot 300$$

$$p_{vuoto} = 1 \cdot k \cdot 3$$

$$p_{atm} = 2 \cancel{\times} 10^{25} \cdot k \cdot 300$$

$$p_{vuoto} = 1 \cdot k \cdot 3$$

$$\frac{p_{vuoto}}{p_{atm}} = \frac{k \cdot 3}{2 \times 10^{25} \cdot k \cdot 300} \cong \frac{1}{2 \times 10^{27}} = 0.5 \cdot 10^{-27}$$

$$\boxed{p_{vuoto} = 0.5 \times 10^{-27} \cdot p_{atm} = 0.5 \times 10^{-22}\ Pa}$$

a 100 km $\frac{p}{p_{Atm}} = 10^{-5} \rightarrow$ ok

a 1000 km $\frac{p}{p_{Atm}} = 10^{-51} \rightarrow$ NOT possible

quindi l'esponenziale va bene fino a 100 km